بسمه‌تعالي

Binary Image Processing

(Chapter 8)

تحليل تصاوير باينري

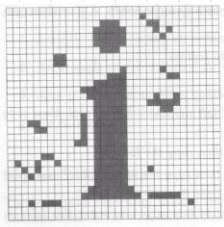
- حذف نويز
- برچسب زني
- استخراج پيرامون
- محاسبه محور مياني
- نازک سازي
- فيلترينگ (عمليات مورفولوژيک)
- استخراج ويژگيها (اندازه, راستا و ...)

حذف نويز

- نواحي كوچک اطلاعات مفيدي ندارد
  - از فيلتر اندازه براي حذف اين نواحي مي توان استفاده كرد
  - نواحي كه تعداد پيكسلهاي آن كمتر از حد آستانه **T** باشد, مقادير آن به **0** (مقدار زمينه) تغيير كند.
  - تعيين مقدار مناسب براي **T** عموما مشكل است.
  - مقدار كوچک **T** موجب باقي ماندن نويز مي شود
  - مقدار بزرگ **T** اطلاعات مفيد را نيز از بين مي برد

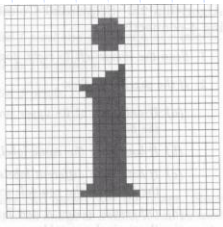
حذف نويز

تصوير نويزي

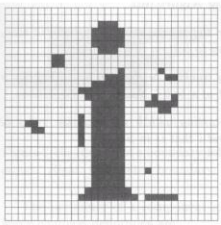


تصوير فيلتر شده

T=10

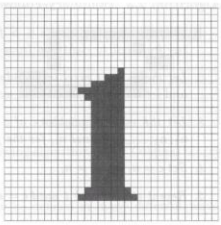


تصوير نويزي



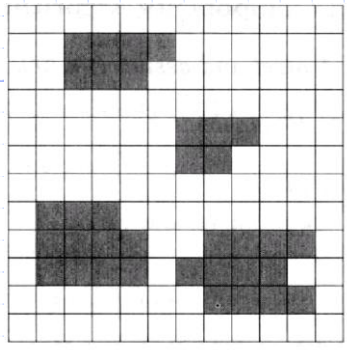
تصوير فيلتر شده

T=25

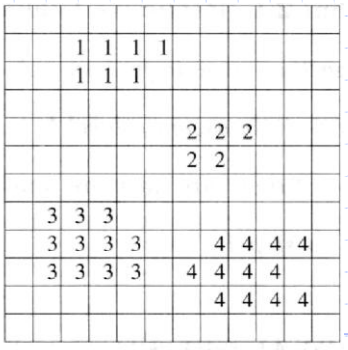


برچسب زني

- اختصاص برچسب خاص به هر يک از نواحي به هم پيوسته



(a)



(b)

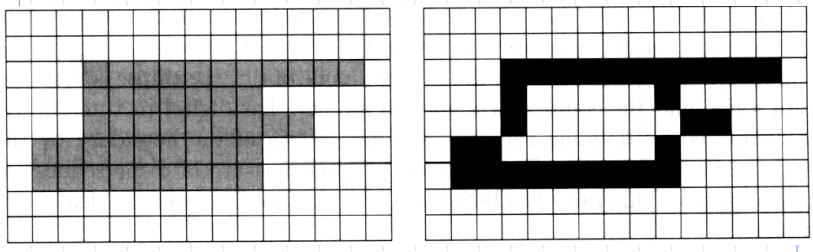
تصوير باينري

تصوير برچسب خورده

برچسب زني با استفاده از رنگ آميزي حباب

1) اسکن تصوير از بالا به پايين و از چپ به راست, تا رسيدن به پيکسل **1**
   a) اگر پيکسل بالايي يا سمت چپ برچسب داشت, آنرا براي پيکسل جاري استفاده کنيد
   b) اگر هر دو اين پيکسل ها برچسب واحدي داشتند, همين برچسب را براي پيکسل جاري استفاده کنيد
   c) اگر اين دو پيکسل داراي برچسب غير يکسان بودند, يکي از اين برچسبها را براي پيکسل جاري استفاده کرده و اين دو برچسب را به عنوان برچسب معادل يادداشت کنيد
   d) اگر هيچ يک از اين دو پيکسل برچسب نداشتند از يک برچسب جديد براي آن استفاده کنيد.
2) اسکن تصوير برچسب خورده و جايگزيني برچسب هاي معادل با برچسب واحد

استخراج پيرامون



تصوير باينري | پيرامون

- براي يافتن پيرامون كافي است تمام پيكسلهاي ناحيه را كه داراي اتصال 8 گانه بوده و در مجاورت زمينه هستند را پيدا كنيد
  - يک پيكسل را به عنوان نقطه شروع انتخاب كرده و رديابي پيرامون را تا جايي ادامه دهيد كه به نقطه شروع برسيد.

استخراج پيرامون

- اسكن تصوير از بالا به پايين و از چپ به راست, تا رسيدن به پيكسل 1
  1) اگر اين پيكسل, پيكسل شروع است كار را متوقف كنيد
  2) اگر مقدار آن 1 است, آنرا به ليست نقاط پيرامون اضافه كنيد
  3) به پيكسل 0 كه در همسايگي 4 گانه و در سمت چپ است برويد
  4) 8 همسايه پيكسل جاري را در جهت عقربه هاي ساعت چک كنيد تا اولين 1 را پيدا كنيد
  5) به قدم 1 برويد.

سطح ناحيه – مركز ناحيه

- براي يک تصوير مي توان يک ناحيه را چنين تعريف كرد:

$$R(i,j)=\begin{cases}1 & if(i,j)\ in\ the\ region\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

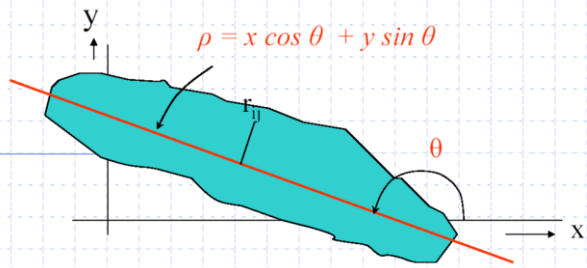
- بر اين اساس:
  - سطح ناحيه:

$$A=\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}R(i,j)$$

  - مركز ناحيه (مركز ثقل):

$$Center\ of\ Gravity:\begin{cases}x_0=\dfrac{\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}jR(i,j)}{A}\\ y_0=\dfrac{\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}iR(i,j)}{A}\end{cases}$$

جهت كشيدگي يک ناحيه



- هدف تعيين زاويه محور افقي با خطي است كه جهت كشيدگي ناحيه را نشان مي دهد
- براي بدست آوردن اين زاويه كافيست تابع هزينه زير را مينيمايز كرد

$$E=\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}r_{ij}^{2}R(i,j)$$

جهت کشیدگي یک ناحیه

- بیان E را با استفاده از مختصات قطبی بیان می کنیم

$$r^2 = (x\sin\theta - y\cos\theta + \rho)^2$$

$$E = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}(x\sin\theta - y\cos\theta + \rho)^2 R(i,j)$$

- نسبت به ρ مشتق گرفته و نتیجه را برابر صفر قرار دهید
- چند نکته:
  - محور از مرکز ثقل یعنی (x_0,y_0) عبور می کند
  - براي سادگي مبدا مختصات را جابجا کرده به محل مرکز ثقل می بریم. در این صورت $x'=x-x_0$ و $y'=y-y_0$ و

$$x\sin\theta - y\cos\theta + \rho = x'\sin\theta - y'\cos\theta$$

جهت کشیدگي یک ناحیه

$$E = a\sin^2\theta - b\sin\theta\cos\theta + c\cos^2\theta$$

- که در آن

$$a = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} x'^2_{ij}\, R(i,j)$$

$$b = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} x'_{ij}\, y'_{ij}\, R(i,j)$$

$$c = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} y'^2_{ij}\, R(i,j)$$

جهت كشيدگي يک ناحيه

- می توان نوشت

$$E = \frac{1}{2}(a+c) - \frac{1}{2}(a-c)\cos 2\theta - \frac{1}{2}b\sin 2\theta$$

- مشتق گرفتن از E نسبت به θ و مساوي قرار دادن نتيجه با صفر

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} \quad unless\ b=0\ and\ a=c$$

- در نتيجه:

$$\sin 2\theta = \pm\frac{b}{\sqrt{b^2+(a-c)^2}},\ \cos 2\theta = \pm\frac{a-c}{\sqrt{b^2+(a-c)^2}}$$

- حل با استفاده از + مقدار E را ماكزيمايز و با استفاده از – مقدار E را مينيمايز مي كند.

جهت كشيدگي يک ناحيه

- مقدار ماكزيمم و مينيمم E يعني E_{min} و E_{max} را بدست آوريد
- نسبت $e=E_{min}/E_{max}$ ميزان گرد بودن **(Roundness)** ناحيه را تعيين مي كند
  - $e=0$: خط
  - $e=1$: دايره

Distance Transform

1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	1
1	1	1	1	1	1

1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	1
1	2	3	3	2	1
1	2	2	2	2	1
1	1	1	1	1	1

- DT یک تصویر پس از دو بار تکرار الگوریتم
  - در تکرار اول, تمام پیکسل هايي كه در مجاورت زمينه نيست مقدار آن 2 مي شود
  - در تکرارهاي بعدي تنها پيكسلهايي كه فاصله آن بيشتر است تغيير مي كنند

Distance Transform

- محاسبه فاصله هر نقطه از ناحیه تا زمینه
- الگوریتم:
  - در تکرار n ام مقدار $F^n(i,j)$ را محاسبه کنید
  - به عنوان مقدار اولیه: $F^0(i,j)=f(i,j)$
  - $F^n(i,j)=F^0(i,j)+\min[F^{n-1}(m,n)]$
  - (m,n) پیکسلهای چهار همسایه (i,j) است
  - این مراحل را آنقدر تکرار کنید تا Distance دیگر تغییر نکند

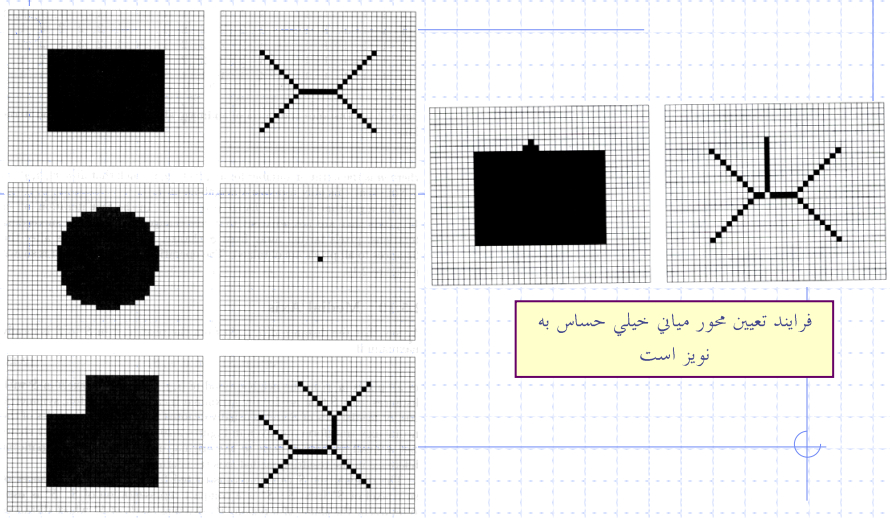
اسکلت (محور میانی)

- تعیین محور میاني
  - پیکسلهایي که بیشترین فاصله محلي تا زمینه را دارد **1** کرده, بقیه پیکسلها را صفر کنید

1	1	1	1	1	1		0	0	0	0	0	0
1	2	2	2	2	1		0	0	0	0	0	0
1	2	3	3	2	1		0	0	1	1	0	0
1	2	2	2	2	1		0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1		0	0	0	0	0	0

  - هر نقطه در صورتي بر روي محور میاني قرار دارد که نسبت به چهار همسایه خود بیشترین فاصله تا زمینه را داشته باشد.
- بازسازي ناحیه از روي اسکلت:
  - تمام پیکسل هایي که به فاصله کمتر و یا مساوي یک مقدار خاص از محور میانی قرار گرفته اند به عنوان نقاط ناحیه تلقي شوند

اسکلت (محور میانی)

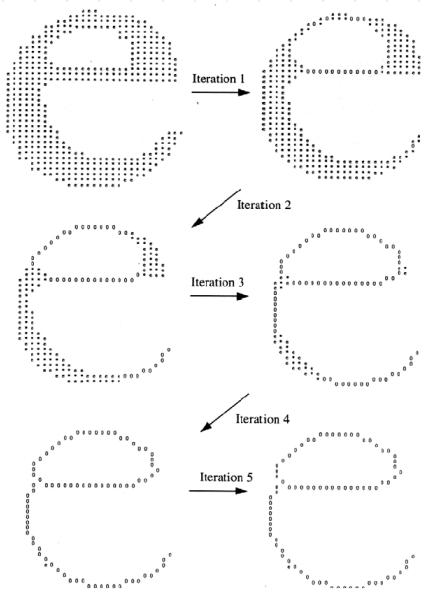


فرایند تعیین محور میاني خیلي حساس به نویز است

نازک سازی

- نواحي باينری در حد خط ميانی آن کاهش يابد
  - به اين خط مياني, اسکلت و يا خط هسته (Core Line) نيز گفته مي شود
  - برای باريک کردن اشکال و OCR استفاده ميشود
  - هر ناحيه (مثلا يک کاراکتر) به شکلی تک خط تبديل مي شود.
  - موجب سادگي تحليل و تشخيص مي شود
- بصورت تکراري 8 همسايه هر پيکسل چک مي شود
  - پيکسلهای متصل به زمينه حذف شوند مگر اينکه رابطه اتصال 8 گانه براي پيکسل های باقي مانده خراب شود و بجز برای پيکسل های آخر يک خط
  - تکرار الگوريتم تا جايي که ديگر پيکسل ها تغيير نکنند

نازک سازی

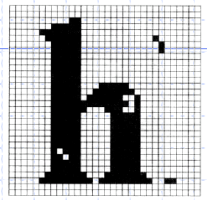


پس از 5 بار تکرار پيکسل ها ديگر تغيير نمي کنند

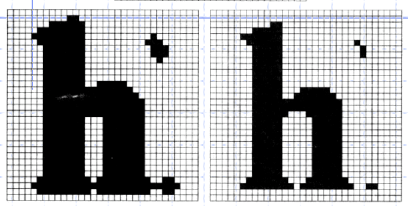
عملیات فیلترینگ

- انبساط (Expansion) : پیکسلهای زمینه که در مجاورت ناحیه هستند از **0** به **1** تغییر کنند
  - ناحیه منبسط می شود
  - حفره ها پر می شوند و لذا ناحیه هموار می شود
- انقباض (Shrinking) : پیکسلهاي ناحیه که در مجاورت زمینه هستند از **1** به **0** تغییر کنند
  - ناحیه منقبض می شود
  - نویزها حذف شده و باریک سازی انجام مي شود
- ترکیب انبساط و انقباض مي تواند هموارسازی بهتري ارائه کند

عملیات فیلترینگ

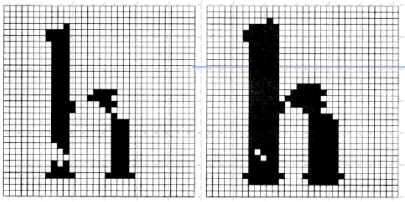


تصویر نویزي



انبساط و سپس انقباض:

حفره ها پر شده اما نویزها حذف نشده اند



انقباض و سپس انبساط:

نویزها حذف شده اما حفره ها پر نشده اند

فیلترینگ مورفولوژیک

- مورفولوژي از كلمه يوناني **Morph** كه به معني شكل است گرفته شده و به معني شكل شناسي و يا ريخت شناسي است.
- در پردازش تصوير, مورفولوژي تصاوير به معناي ساختار اشيا موجود در تصاوير است.

- يک **سيستم جبري** از **اپراتورها** روي شكلها عمل مي كند تا اشكال را به اجزاء جدا (و يا معني) تجزيه كرده و از اجزاء اضافي جدا نمايد,
- يا اجزاء و اشكال را شناسايي و بصورت بهينه از فرم دارای اعوجاج و نويز بازسازي كند.
- عمليات مورفولوژيک را مي توان براي هم تصاوير باينری و هم خاكستري بيان كرد كه در اينجا اين عمليات براي تصاوير باينري بيان مي شود.
- اصول اوليه
  - مورفولوژي از نظريه مجموعه ها استفاده مي كند
  - در اين روش هر تصوير بصورت مجموعه‌هايي از نقاط در فضاي اقليدسی **n** بعدي مدل مي‌شود.

فیلترینگ مورفولوژیک

$$A = \left\{ \underline{r} \in E^2 \right\}$$
$$B = \left\{ \underline{s} \in E^2 \right\}$$

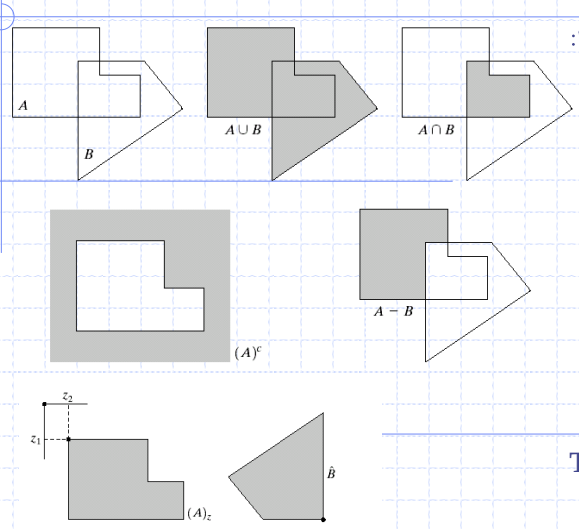
- دو تصوير را در نظر بگيريد
- عمليات مجموعه ها:

- **Union** $A \cup B = \left\{ \underline{z} : \underline{z} \in A \text{ or } \underline{z} \in B \right\}$
- **Intersection** $A \cap B = \left\{ \underline{z} : \underline{z} \in A \text{ and } \underline{z} \in B \right\}$
- **Complement** $A^c = \overline{A} = \left\{ \underline{z} : \underline{z} \in U \text{ and } \underline{z} \notin A \right\}$
- **Difference** $A - B = A \setminus B = \left\{ \underline{z} : \underline{z} \in A \text{ and } \underline{z} \in B^c \right\} = A \cap B^c$

مجموعه جهانی: ***U***

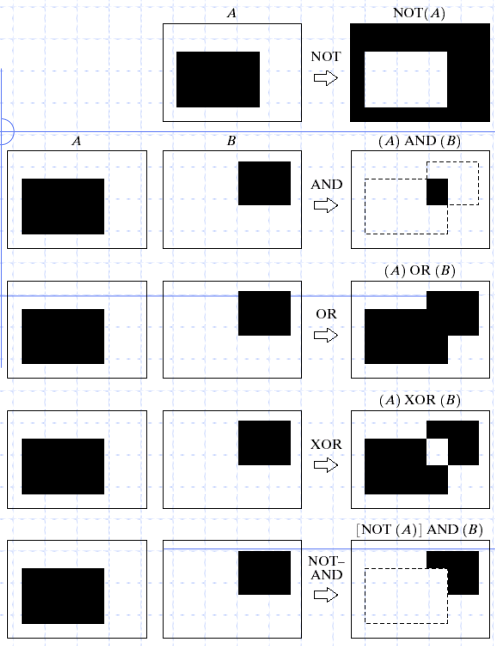
فیلترینگ مورفولوژیک

- عملیات روي مجموعه ها:
- Union
- Intersection
- Complement
- Difference
- Translation by z
- Reflection



فیلترینگ مورفولوژیک

(عملیات روي تصاویر باینري)



فیلترینگ مورفولوژیک

- عملیات مجموعه ها (ادامه):
  - انتقال مجموعه A (Translation) به اندازه بردار $\underline{h}$ که به A_h نشان داده می‌شود :

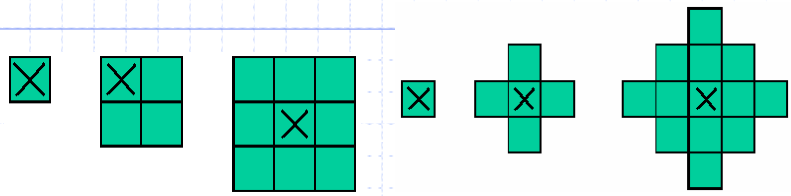
$$A_h = \left\{ \underline{z} \in E^2 : \underline{z} = \underline{r} + \underline{h} \ \forall \underline{r} \in A \right\}$$

  - انعکاس مجموعه A (Reflection):

$$\breve{A} = \left\{ \underline{z} : \underline{z} = -\underline{r} \ \forall \underline{r} \in A \right\}$$

فیلترینگ مورفولوژیک

- یک تبدیل مورفولوژیکي با رابطه یک مجموعه A با یک مجموعه نقاط کوچکتر دیگر B که یک عنصر سازنده (Structuring Element) نامیده مي‌شود مشخص مي گردد.



SE مربعی شکل	SE دایره ای شکل
R=1, 2, 3	R=1, 2, 3

فیلترینگ مورفولوژیک (عملیات پایه مورفولوژیک)

- گسترش (Dilation)
- فرسایش (Erosion)

گسترش Dilation

- این تبدیل با ⊕ یا D(.) نشان داده مي شود

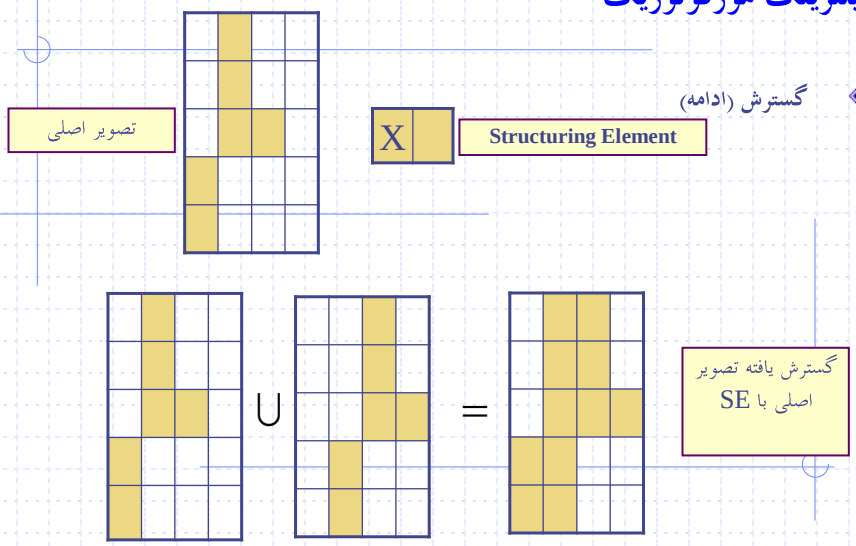
$$A \oplus B = \{ z : z = r + s \quad \forall r \in A \text{ and } s \in B \}$$

یا به عبارت دیگر

$$A \oplus B = \bigcup_{s \in B} A_s$$

فیلترینگ مورفولوژیک

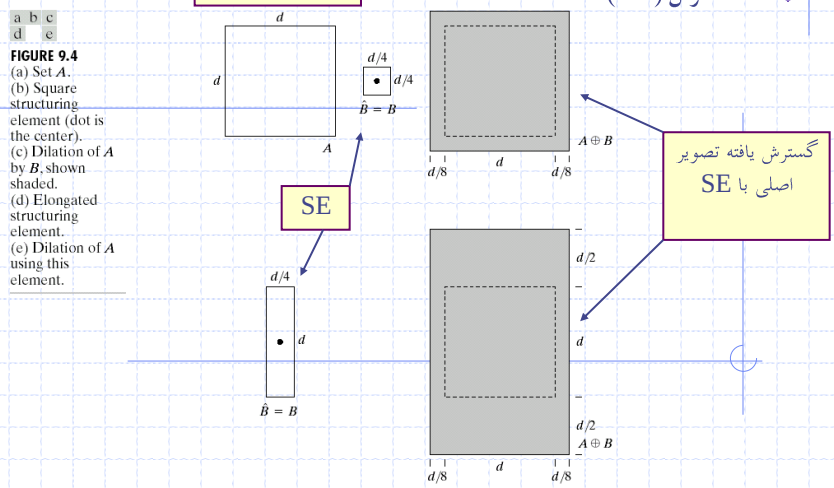
گسترش (ادامه)



فیلترینگ مورفولوژیک

گسترش (ادامه)

تصویر اصلی



گسترش یافته تصویر اصلی با SE

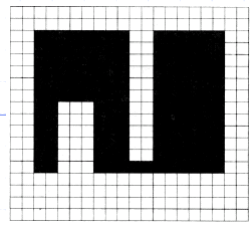
a b c
d e

FIGURE 9.4
(a) Set A.
(b) Square structuring element (dot is the center).
(c) Dilation of A by B, shown shaded.
(d) Elongated structuring element.
(e) Dilation of A using this element.

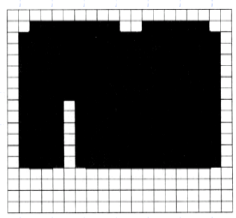
فیلترینگ مورفولوژیک

گسترش (ادامه)

تصویر اصلی



SE



گسترش یافته تصویر اصلی با SE

فیلترینگ مورفولوژیک

گسترش (ادامه)

تصویر اصلی

گسترش یافته تصویر اصلی با SE

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

SE

0	1	0
1	1	1
0	1	0

a c b

FIGURE 9.5
(a) Sample text of poor resolution with broken characters (magnified view). (b) Structuring element. (c) Dilation of (a) by (b). Broken segments were joined.

فیلترینگ مورفولوژیک

فرسایش Erosion

- این تبدیل با Θ یا E(.) نشان داده مي شود

$$A\Theta B = \{ z : \ z + s \in A \ \forall \ s \in B \}$$

یا به عبارت دیگر:

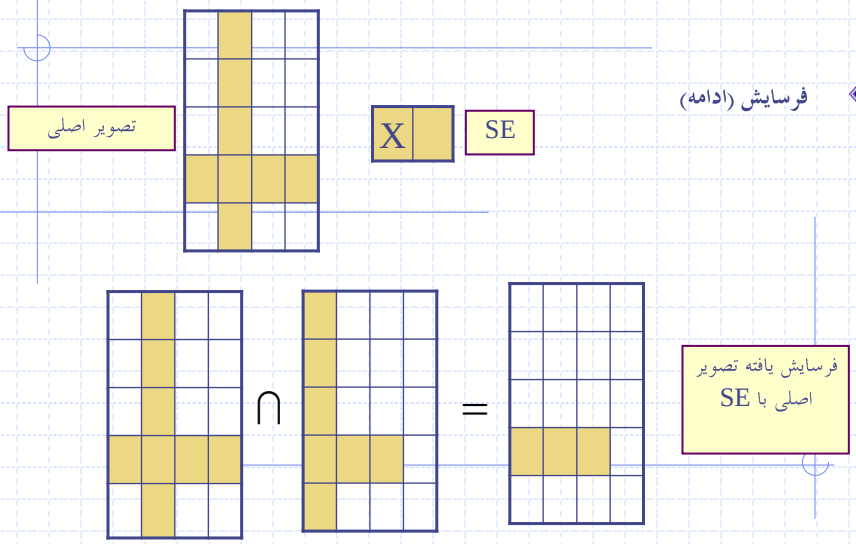
$$A\Theta B = \{ z : \ B_z \subseteq A \}$$

یا به عبارت دیگر:

$$A\Theta B = \bigcap_{s \in B} A_{-s}$$

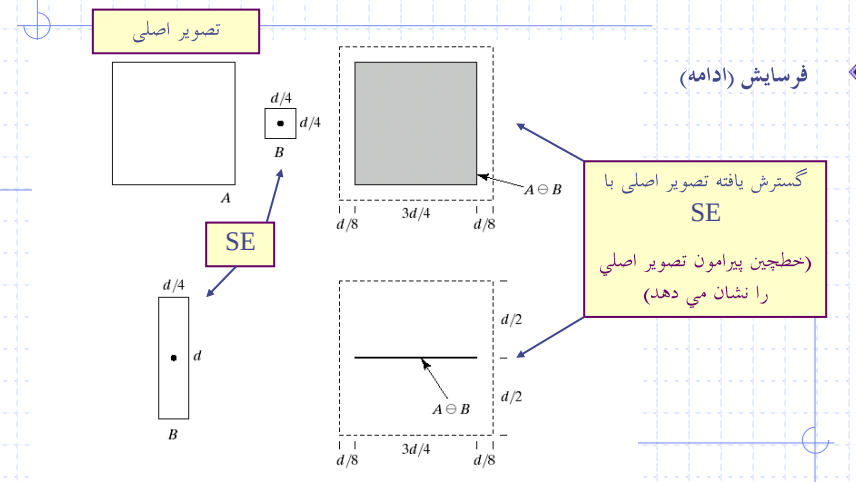
فیلترینگ مورفولوژیک

فرسایش (ادامه)



فیلترینگ مورفولوژیک

فرسایش (ادامه)



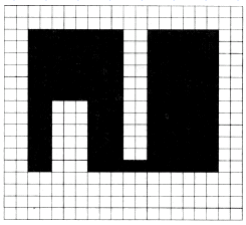
a b c
d e

FIGURE 9.6 (a) Set A. (b) Square structuring element. (c) Erosion of A by B, shown shaded. (d) Elongated structuring element. (e) Erosion of A using this element.

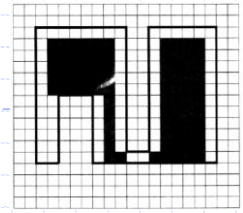
فیلترینگ مورفولوژیک

فرسایش (ادامه)

تصویر اصلی



SE



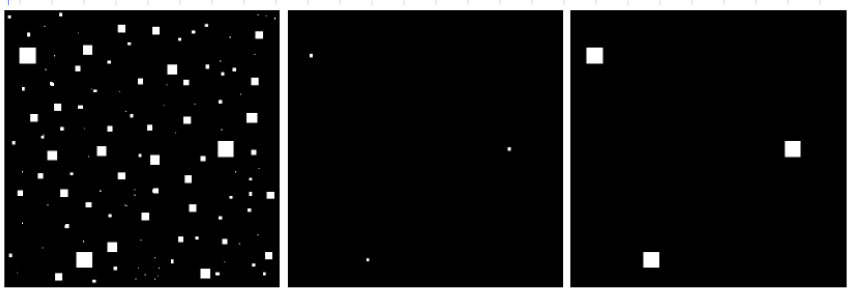
فرسایش یافته تصویر اصلی با SE

(خط سیاه پیرامون تصویر اصلی را نشان می دهد)

فیلترینگ مورفولوژیک

فرسایش (ادامه)

تصویر اصلی → فرسایش → گسترش



a b c

FIGURE 9.7 (a) Image of squares of size 1, 3, 5, 7, 9, and 15 pixels on the side. (b) Erosion of (a) with a square structuring element of 1's, 13 pixels on the side. (c) Dilation of (b) with the same structuring element.

فیلترینگ مورفولوژیک

- تبدیل باز کردن **(Erosion+Dilation) Opening**

$$AoB = (A \Theta B) \oplus B$$

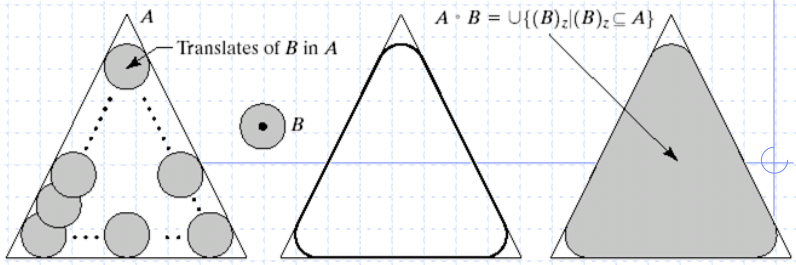
- این عمل یک نسخه از تصویر را که داراي جزئیات کمتري است تولید مي کند
- این تبدیل:
  - پیرامون شکل را هموارتر مي‌کند
  - باریکه‌هاي نازک را مي‌شکند
  - برآمدگي‌های نازک را حذف مي‌کند
  - **Anti Extensive** است یعني

$$AoB \subseteq A$$

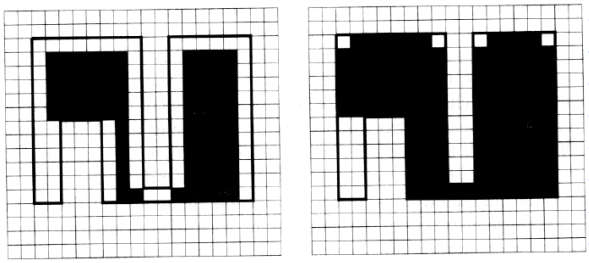
فیلترینگ مورفولوژیک

- تعبیر هندسي تبدیل باز کردن **Opening**
  - مرز ***AoB*** متشکل است از نقاطي از مرز ***B*** که در داخل مرز ***A*** حرکت داده شود.
  - بنابراین: به عبارت دیگر ***AoB*** عبارتست از اجتماع تمام انتقالهاي ***B*** که در ***A*** مي گنجد

$$AoB = \bigcup \{ B_h : B_h \subseteq A \}$$



فیلترینگ مورفولوژیک (تبدیل باز کردن **Opening**)



Erosion | Dilation

اگر تصویر ***A*** را بیش از یکبار با ***B*** باز کنید, پس از بار اول دیگر تغییري در تصویر ایجاد نخواهد شد, لذا به تبدیل باز کردن **idempotent** (هم قوه) مي گویند

فیلترینگ مورفولوژیک

- تبدیل بستن **(Dilation+Erosion) Closing**

$$A \bullet B = (A \oplus B) \Theta B$$

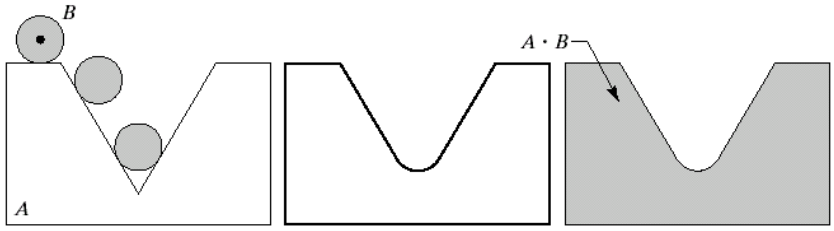
- این تبدیل:
  - حفره ها را مي کند
  - بخش هاي نزدیک را به هم وصل مي کند
  - باریکه ها را پر مي کند
  - پیرامون را هموار مي کند
  - **Extensive** است یعني $A \bullet B \supseteq A$

فیلترینگ مورفولوژیک Closing

تعبیر هندسي تبدیل بستن

- مرز $A \bullet B$ از نقاطي از مرز B که در خارج A روي مرز آن حرکت داده شود تشکیل مي شود.
  بنابراین: بستن گوشه هاي رو به داخل شکل را گرد مي کند اما گوشه هاي رو به خارج را نه

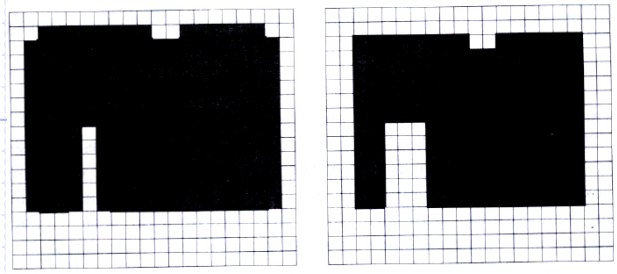
$$A \bullet B = \{\underline{z} \mid B_h \cap A \neq \phi \ \ for\ all\ B_h\ \ which\ contain\ \underline{z}\}$$



a b c

FIGURE 9.9 (a) Structuring element B "rolling" on the outer boundary of set A. (b) Heavy line is the outer boundary of the closing. (c) Complete closing (shaded).

فیلترینگ مورفولوژیک (تبدیل بستن Closing)



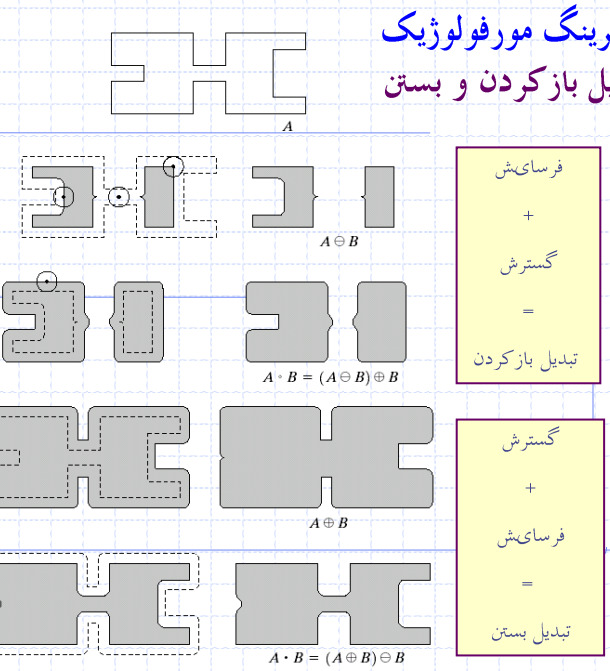
Dilation

Erosion

اگر تصویر A را بیش از یکبار با B ببندید, پس از بار اول دیگر تغییري در تصویر ایجاد نخواهد شد, لذا به تبدیل بستن **idempotent** (هم قوه) مي گویند

فیلترینگ مورفولوژیک

تبدیل بازکردن و بستن



a b c d e f g h i

FIGURE 9.10 Morphological opening and closing. The structuring element is the small circle shown in various positions in (b). The dark dot is the center of the structuring element.

فرسایش

+

گسترش

=

تبدیل بازکردن

گسترش

+

فرسایش

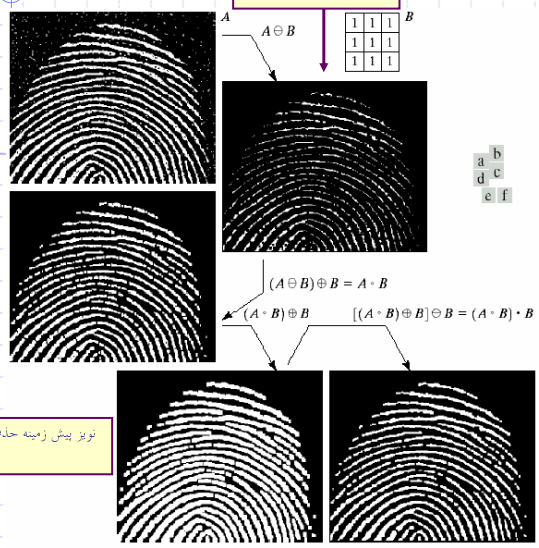
=

تبدیل بستن

فیلترینگ مورفولوژیک

بازکردن سپس بستن

نویز زمینه حذف شده ولی ابعاد نویز پیش زمینه افزایش یافته



a b c d e f

FIGURE 9.11 (a) Noisy image. (c) Eroded image. (d) Opening of A. (d) Dilation of the opening. (e) Closing of the opening. (Original image for this example courtesy of the National Institute of Standards and Technology.)

نویز پیش زمینه حذف شده

فیلترینگ مورفولوژیک (تبدیل Hit-or-Miss)

- این تبدیل:
  - ابزاري است براي يافتن يک شکل خاص
  - B از دو SE مختلف B_1 و B_2 تشکیل شده است.

$$A \otimes B = (A \Theta B_1) \bigcap (A^c \Theta B_2)$$

  - B_1 شکل خاص X و B_2 زمینه آن است. بنابراین:

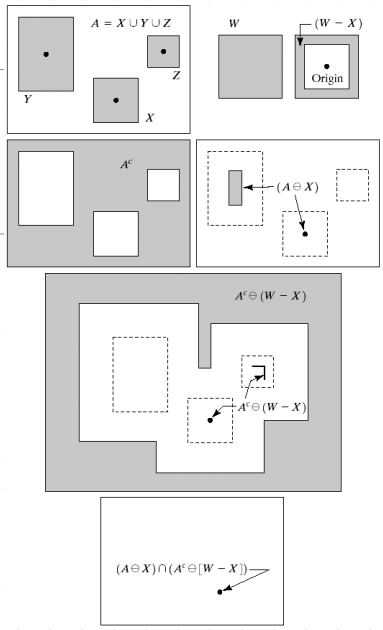
$$B_1 = X \quad and \quad B_2 = W - X$$

  - که در آن W زمینه محلی X است

- تعبیر تبدیل Hit-or-Miss:
  - $A \otimes B$ مجموعه تمام نقاطي است که بطور همزمان B_1 در A و B_2 در زمینه A^c یعنی A پیدا شده است.

فیلترینگ مورفولوژیک

- تبدیل Hit-or-Miss

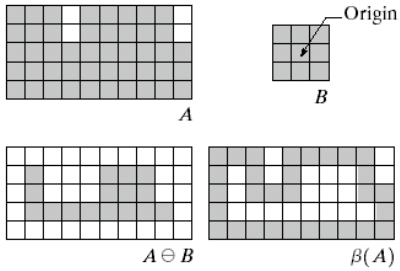


الگوريتمهاي مورفولوژيک

استخراج مرزها

- مرز يک مجموعه A را که با $\beta(A)$ نشان مي دهيم با تبديل زير بدست مي آيد:

$$\beta(A) = A - (A \Theta B)$$

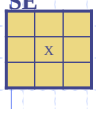


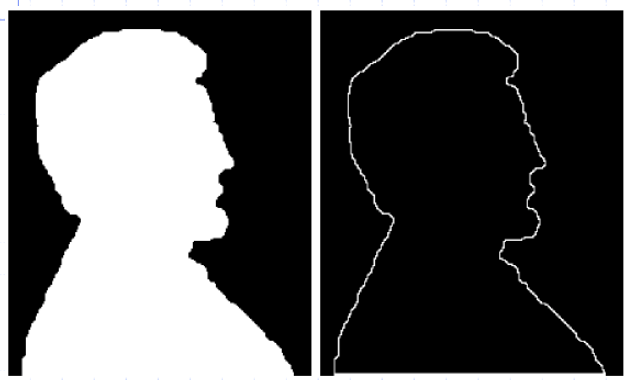
a b
c d

FIGURE 9.13 (a) Set A. (b) Structuring element B. (c) A eroded by B. (d) Boundary, given by the set difference between A and its erosion.

الگوريتمهاي مورفولوژيک

استخراج مرزها



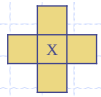


a b

FIGURE 9.14 (a) A simple binary image, with 1's represented in white. (b) Result of using Eq. (9.5-1) with the structuring element in Fig. 9.13(b).

الگوريتمهاي مورفولوژيک (پر کردن يک ناحيه)

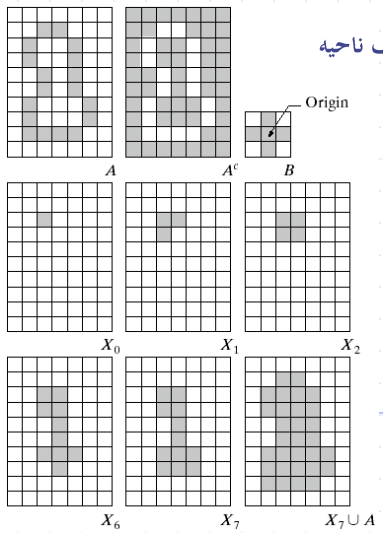
- فرض کنيد که مجموعه A با نقاط مرز مشخص شده است. مي خواهيم داخل ناحيه را پر کنيم
- مراحل:
  - يک نقطه داخل ناحيه را پيدا کرده آنرا D_0 ناميده و مقدار آنرا 1 مي کنيم.
  - اگر A^cساير نقاط تصوير بجز مرز باشد و B عنصر سازنده اي به شکل زير باشد



- تبديل $D_k = (D_{k-1} \oplus B) \bigcap A^c \quad for \quad k = 1,2,...$ را بصورت مکرر تا k قدم اعمال کنيد تا $D_k = D_{k-1}$.
- در اين حال ناحيه پر شده با $D_k \cup A$ مشخص ميشود

الگوريتمهاي مورفولوژيک

- پر کردن يک ناحيه



a b c
d e f
g h i

FIGURE 9.15
Region filling.
(a) Set A.
(b) Complement of A.
(c) Structuring element B.
(d) Initial point inside the boundary.
(e)–(h) Various steps of Eq. (9.5-2).
(i) Final result [union of (a) and (h)].

الگوريتمهاي مورفولوژيک

- پر کردن يک ناحيه

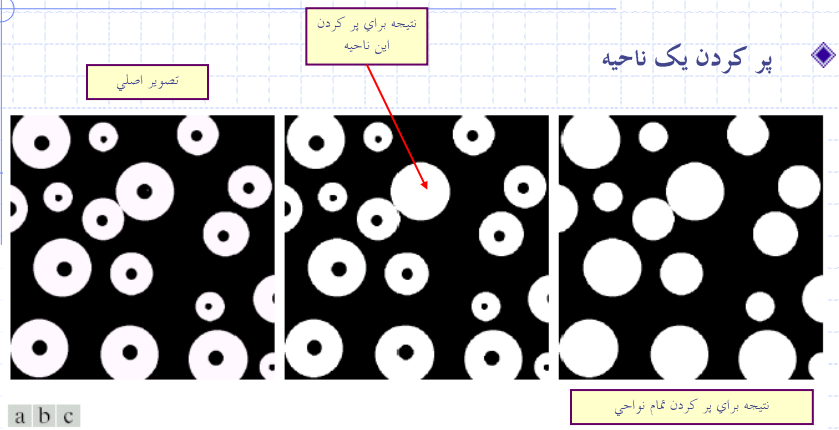


FIGURE 9.16 (a) Binary image (the white dot inside one of the regions is the starting point for the region-filling algorithm). (b) Result of filling that region (c) Result of filling all regions.

الگوريتمهاي مورفولوژيک (نازک سازی (Thinning))

- نازکسازی یک مجموعه A با یک عنصر سازنده مرکب $B=\{B_1, B_2\}$ را مي توان بر حسب تبدیل **Hit-or-Miss** بصورت زیر ارائه نمود:

$$A \oslash B = A - A \otimes B = A \cap (A \otimes B)$$

- در اینجا در حقیقت ی‌خشي از مرز A از آن کم مي شود, که چگونگي آن به B وابسته است.
- معمولاً از يکسري عناصر سازنده مرکب که هر يک وضعيت خاصي از نقاط را آزمايش مي کند استفاده مي شود.

$$B=\{B^1, B^2, \ldots, B^n\}$$

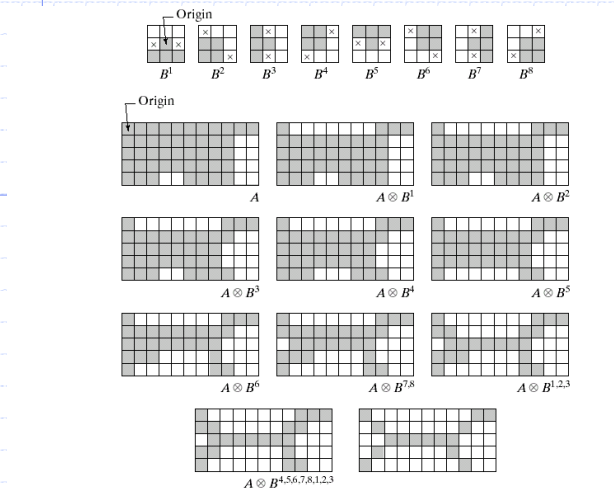
- در این حال نازکسازی بصورت زیر انجام میشود:

$$A \oslash \{B\} = ((\ldots((A \oslash B^1) \oslash B^2) \oslash B^3 \ldots) \oslash B^n)$$

- عمل نازکسازی با اين سري آنقدر تکرار مي شود که ديگر تغييري حاصل نشود
- سلسله عناصر B دوران يافته يکديگر هستند. يعني مثلاً B^i از دوران B^{i-1} بدست مي آيد.

الگوريتمهاي مورفولوژيک

- نازک سازی با **Hit-or-Miss**



a
b c d
e f g
h i j
k l

FIGURE 9.21 (a) Sequence of rotated structuring elements used for thinning. (b) Set A. (c) Result of thinning with the first element. (d)–(i) Results of thinning with the next seven elements (there was no change between the seventh and eighth elements). (j) Result of using the first element again (there were no changes for the next two elements). (k) Result after convergence. (l) Conversion to m-connectivity.

الگوريتمهاي مورفولوژيک

- ضخيم سازی **(Thickening)**
  - ضخيم سازی تبديل دوگان نازکسازي است و با $\odot$ نشان داده مي شود. داريم:

$$A \odot B = A \cup (A \otimes B)$$

  - ضخيم سازی نيز با يکسري عناصر سازنده مرکب که هر يک وضعيت خاصي از تقاط را آزمايش مي کند انجام مي شود.

$$B = \{B^1, B^2, \ldots, B^n\}$$

  - در اين حال ضخيم سازی بصورت زير انجام ميشود:

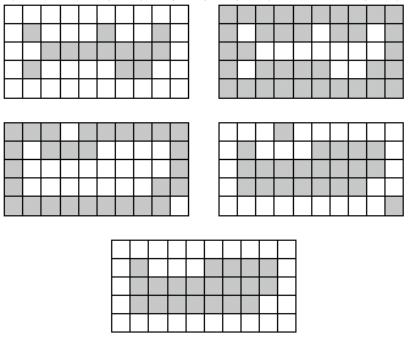
$$A \odot \{B\} = ((\ldots((A \odot B^1) \odot B^2) \odot B^3 \ldots) \odot B^n)$$

  - راه ديگر ضخيم سازی, نازکسازی زمينه است

الگوريتمهاي مورفولوژيک

ضخيم سازی

ضخيم سازی به کمک نازک سازي زمينه



a b
c d
e

FIGURE 9.22 (a) Set A. (b) Complement of A. (c) Result of thinning the complement of A. (d) Thickened set obtained by complementing (c). (e) Final result, with no disconnected points.

الگوريتمهاي مورفولوژيک

تعيين اسکلت

- اسکلت يک مجموعه را ميتوان بر حسب فرسايش و بازکردن ارائه نمود. اگر اسکلت مجموعه A را با $S(A)$ نشان دهيم, مي توان اثبات کرد که:

$$S(A) = \bigcup_{i=0}^{k} S_i(A)$$

که در آن:

$$S_i(A) = (A \ominus iB) - [(A \ominus iB) \circ B]$$

B عنصر سازنده و $A \ominus iB$, i فرسايش پي در پي است, يعني

$$A \ominus B = ((\ldots(A \ominus B) \ominus B)\ldots) \ominus B$$

اگر k آخرين تکرار قبل از آن باشد که A به يک مجموعه تهي تبديل شود, اسکلت

- تصوير A اجتماعي است از زير مجموعه هاي اسکلت يا زير اسکلت ها. مي توان نشان داد که از زير اسکلت هاي فوق مي توان A را مجدداً بازسازي کرد.

الگوريتمهاي مورفولوژيک

تعيين اسكلت

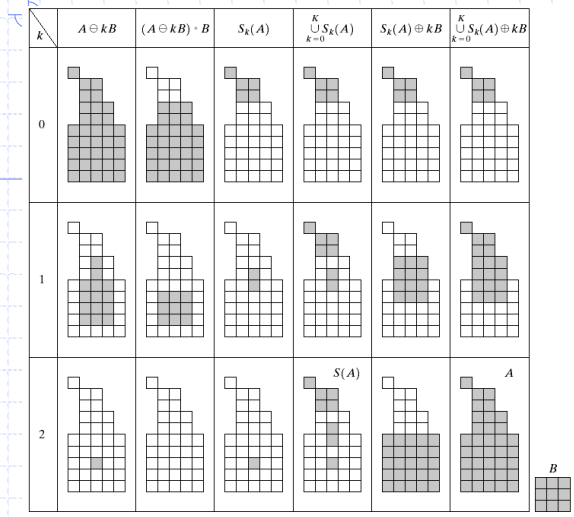


FIGURE 9.24 Implementation of Eqs. (9.5-11) through (9.5-15). The original set is at the top left, and its morphological skeleton is at the bottom of the fourth column. The reconstructed set is at the bottom of the sixth column.

الگوريتمهاي مورفولوژيک

هرس كردن (Pruning)

- عمليات نازكسازي و تعيين اسكلت عموماً منجر به شكلهايي مي شوند كه داراي برجستگيهاي تيزي ميباشند. تين نقاط اضافي توسط الگوريتمهاي هرس كردن مي توانند از تصوير حذف شوند.
- سلسله عناصر زير را در نظر بگيريد:

B^1, B^2, B^3 and B^4 (rotated 90°)

B^5, B^6, B^7 and B^8 (rotated 90°)

- توسط اين عناصر سلزنده, نازكسازي را انجام دهيد:

$$X_1 = A \otimes \{B\}$$

- براي هرس شاخه هايي به طول n , عمل فوق بايستي n بار انجام شود.

الگوريتمهاي مورفولوژيک

هرس کردن (ادامه)

- اين عمل باعث خورده شدن شاخه های غير زائد نيز ميشود. براي رفع اين مشکل, ***end point*** ها در تصوير هرس شده را پيدا کرده و به کمک گسترش شرطي آنرا بازسازي مي کنيم.

end point ها

$$X_2 = \bigcup_{k=1}^{8} (X_1 \otimes B^k)$$

- اگر H را يک عنصر سازنده ساده $3*3$ فرض کنيد, در اين صورت n بار گسترش شرطي X_2 بصورت زير **end point** ها را بازسازي مي کند:

$$X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A$$

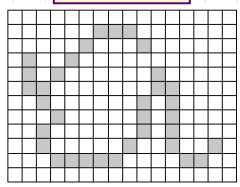
- بنابراين تصوير هرس شده عبارت خواهد بود از:

$$X_4 = (X_3 \cup X_1)$$

الگوريتمهاي مورفولوژيک

هرس کردن

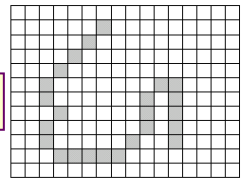
تصوير اصلي

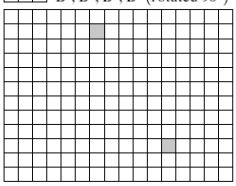


B^1, B^2, B^3, B^4 (rotated 90°)

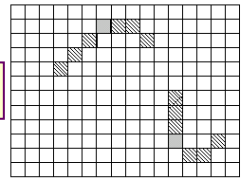
B^5, B^6, B^7, B^8 (rotated 90°)

X_1: اعمال سه بار نازکسازي

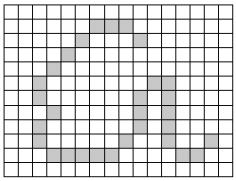




X_2: استخراج end point های X_1



X_3: گسترش شرطي end point ها



هرس شده تصوير

a b c d e f g

FIGURE 9.25 (a) Original image. (b) and (c) Structuring elements used for deleting end points. (d) Result of three cycles of thinning. (e) End points of (d). (f) Dilation points conditioned on (a). (g) Pruned image.